

**Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Факультет радіофізики, електроніки
та комп'ютерних систем**

**Лабораторія з експериментальної фізики
ОПТИКА**

**ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК
ДИФРАКЦІЙНОЇ ГРАТКИ**

Київ – 2020

ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИФРАКЦІЙНОЇ ГРАТКИ

1. Теоретичні відомості.

Одномірна дифракційна ґратка – це оптичний елемент, який представляє собою систему рівновіддалених паралельних щілин (штрихів) однакової форми, розміщених в одній площині. Розрізняють відбиваючі та пропускаючі ґратки. У відбиваючих ґраток штрихи наносяться на дзеркальну (як правило, металеву) поверхню і спостереження дифракційної картини проводиться у відбитому світлі. В пропускаючих ґратках штрихи наносяться на прозору (як правило, скляну) поверхню, або вирізаються у вигляді вузьких щілин в непрозорому екрані. Спостереження проводиться у прохідному світлі.

Майже всі ґратки, які використовуються в наукових дослідженнях, відбиваючі. Пропускаючі ґратки використовуються частіше в навчальних цілях.

У найпростішій ґратці прозорі ділянки однакової ширини b розділені однаковими непрозорими проміжками. Сумарну ширину прозорої та непрозорої ділянок називають періодом ґратки і позначають d .

Принцип дії дифракційної ґратки достатньо простий. Розглянемо його на прикладі падіння плоскої монохроматичної світлової хвилі на систему паралельних щілин (рис. 1). Якщо ширина окремої щілини співрозмірна з довжиною хвилі падаючого світла, то на кожній із них спостерігається явище дифракції і світло, пройшовши щілину, поширюється в усіх напрямках з тією чи іншою інтенсивністю. Промені, які після дифракції поширюються у якомусь певному напрямку, будуть інтерферувати з такими ж променями від інших щілин. Результат багатопроменевої інтерференції буде визначатись різницею ходу променів від двох сусідніх щілин $\Delta_2 - \Delta_1$. Оскільки всі щілини знаходяться на однакових відстанях одна від одної, то така різниця ходу буде однакою для даного напрямку в межах всієї дифракційної ґратки.

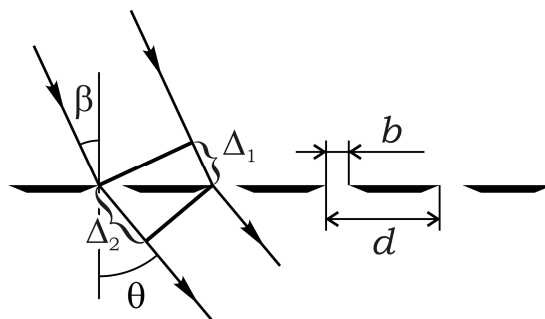


Рис. 1. Дифракція на прозорій ґратці.

Максимуми інтерференції будуть спостерігатись у напрямках, для яких різниця ходу $\Delta_2 - \Delta_1$ буде дорівнювати цілому числу

довжин хвиль. Беручи до уваги, що $\Delta_2 = d \sin \theta$, а $\Delta_1 = d \sin \beta$, отримаємо умову головних дифракційних максимумів:

$$d(\sin \theta - \sin \beta) = m\lambda. \quad (1)$$

У формулі d – період ґратки, θ – кут дифракції, β – кут падіння, k – ціле число (порядок спектру), λ – довжина світлової хвилі.

Така ж формула має місце і для відбиваючої ґратки.

Формула (1) показує, що кут дифракції залежить від довжини хвилі. Тобто ґратка дозволяє просторово розділяти різні спектральні складові випромінювання, яке падає на неї. Саме це дає можливість використовувати ґратку у якості оптичного елемента для дослідження спектрів різних джерел.

2. Спектральні характеристики дифракційної ґратки.

Максимальний порядок дифракції.

Кутова дисперсія.

Роздільна здатність.

Область вільної дисперсії.

3. Хід виконання роботи¹.

Джерелом світла для спектральних досліджень в роботі слугує ртутна газорозрядна лампа, в якій оптичне випромінювання виникає за рахунок газового розряду в парах ртуті.

Під час ввімкнення лампи в ній виникає дуговий розряд, струм у якому сягає кількох амперів. Електроди лампи розжарюються і стають джерелами електронів, що живлять розряд. Лампа входить у робочий режим, коли всередині випарується вся ртуть. Тиск всередині лампи при цьому суттєво зростає, а, отже, зростає і величина напруги пробою. Після вимкнення повторне запалення лампи можливе лише через деякий час (5-10 хвилин), коли лампа охолоне і тиск всередині знизиться настільки, що напруга пробою стане менша, ніж напруга живлення лампи. Тому під час проведення вимірювань не варто вимикати лампу без потреби.

Також варто зауважити, що сама лампа під час роботи сильно нагрівається і необережне поводження з нею може призвести до опіків.

Завдання 1. Встановити заданий кут падіння променів на ґратку.

Розширте вхідну щілину коліматора і розмістіть впритул до неї ртутну лампу. Увімкніть блок живлення лампи. Розташуйте аркуш

¹ Методика виконання роботи передбачає попереднє ознайомлення з описом гоніометра Г-5.

паперу за об'єктивом коліматора і переміщенням джерела світла перпендикулярно до осі коліматора досягніть максимальної освітленості центральної частини світлової плями на папері.

Зорову трубу встановіть напроти коліматора. Робочу ширину вхідної щілини виберіть такою, щоб її видима ширина вкладалась між подвійними штрихами відлікового перехрестя. Сумістіть зображення вхідної щілини коліматора з відліковим перехрестям зорової труби. Для точного суміщення трубу необхідно закріпити і скористатись мікрометричним гвинтом алідади.

Даному положенню труби потрібно співставити певний відлік на лімбі. Зручно, щоб такий відлік відповідав цілому числу градусів, наприклад $180^{\circ}00'00''$ (рис. 4). Обраний відлік встановлюється поворотом нижньої частини предметного столика спочатку вручну, а потім за допомогою мікрометричного гвинта. Після встановлення відліку нижня частина столика повинна залишатись зафіксованою до кінця проведення вимірів.

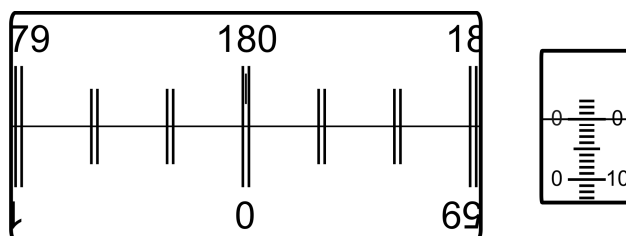


Рис. 4. Поле зору відлікового мікроскопа. Встановлений відлік – $180^{\circ}00'00''$.

Для встановлення певного кута падіння променів на ґратку використаємо дифракційний максимум нульового порядку. Умова головних дифракційних максимумів (1) при $k = 0$ перетворюється у тотожність для будь-якої довжини хвилі λ . Тобто для нульового порядку не спостерігається розкладання світла у спектр. Його колір буде відповідати кольору джерела (близького до білого, із зеленкуватим відтінком), на противагу лініям $\pm 1, \pm 2, \dots$ і т.д. порядків, які матимуть забарвлення у відповідності до кольору однієї із складових спектру ртуті.

Із умови дифракційних максимумів також випливає, що при $k = 0$ $\sin(\theta) = \sin(\beta)$, тобто кут дифракції нульового порядку дорівнює куту падіння променів на ґратку.

Розмістіть дифракційну ґратку на предметному столику так, щоб кут падіння променів на ґратку приблизно відповідав заданому. Якщо кут падіння дорівнює β , то кут між падаючим і дифрагованим у нульовий порядок променями становить 2β (рис. 5). Для того, щоб спостерігати нульовий максимум, поверніть зорову трубу на кут $(180^{\circ} - 2\beta)$ від початкового положення. При цьому, зазирнувши в окуляр зорової труби ви, ймовірніше,

нульового максимуму не побачите, адже ґратка на столик встановлювалась приблизно.

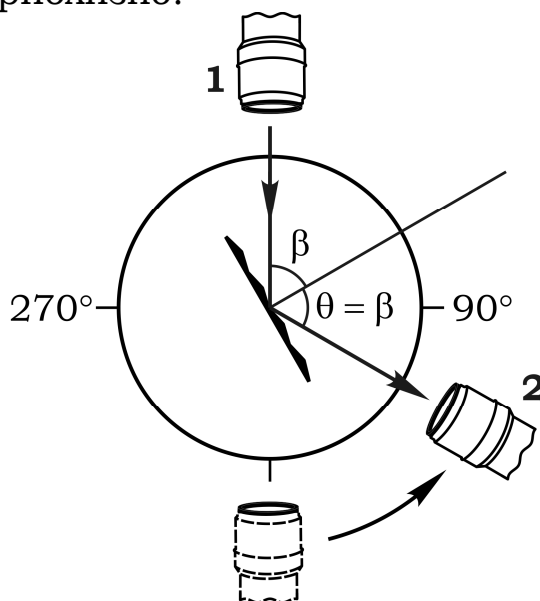


Рис. 5. Схема спостереження дифракційного максимуму нульового порядку.
1 – коліматор; 2 – зорова труба.

Далі, обертаючи верхню частину столика, знаходимо зображення цілини нульового порядку. Верхня частина столика не пов'язана з лімбом, а тому не змінить положення початкового відліку, встановленого нами. Столик фіксуємо і, з допомогою мікрометричного гвинта, добиваємось точного суміщення лінії нульового порядку з відліковим перехрестям зорової труби.

Невелика підказка. Аналіз умови (1) дозволяє стверджувати, що розподіл кольорів у спектрах додатних та від'ємних порядків симетричний відносно нульового – у кожному порядку короткохвильові лінії спектру знаходяться ближче до нульового максимуму, ніж довгохвильові. Тому, в намаганні знайти нульовий порядок, столик обертати варто так, щоб, проходячи поле зору, спектральні лінії змінювались від червоно-жовтих до синьо-фіолетових.

Завдання 2. Виміряти кути дифракції.

Переконавшись, що положення нульового максимуму відповідає заданому куту падіння променів на ґратку, можна починати спектральні вимірювання. Для цього послідовно наводимо зорову трубу на лінії першого порядку спектру ліворуч від нульового і записуємо покази шкали гоніометра для кожної лінії. Слід пам'ятати, що через хроматичну аберацію не всі лінії буде чітко видно одночасно. Якщо лінії короткохвильової області будуть у фокусі, то довгохвильовий край спектру виглядатиме

розпливчасто, і навпаки. Тому при переході від лінії до лінії слід змінювати фокусування зорової труби.

Закінчивши роботу з першим порядком, такі ж виміри проводимо для інших порядків ліворуч, а потім і праворуч від нульового. Кількість ліній в окремому порядку і кількість порядків, які необхідно проміряти, визначається викладачем.

Зроблені виміри дають змогу визначити кут дифракції для кожної лінії у спектрі, що спостерігається. За означенням, кут дифракції – це кут між нормаллю до поверхні ґратки та дифрагованим променем. Тобто, в нашому випадку, потрібно знати не тільки напрям, в якому поширюється дифрагований промінь, а й напрям, в якому спрямована нормаль до ґратки. Для знаходження останнього скористайтесь **рис. 6.**

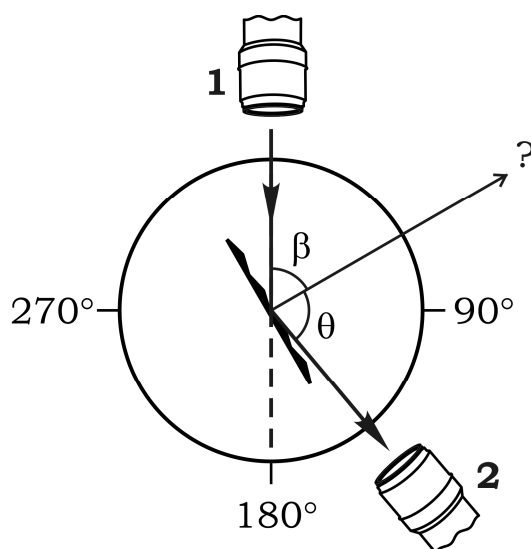


Рис. 6. Визначення кута дифракції.
1 – коліматор; 2 – зорова труба.

Отримані кути дифракції заносимо у таблицю:

	Кут дифракції θ у 1-ому порядку	Кут дифракції θ у 2-ому порядку	...	Кут дифракції θ у k -ому порядку
λ_1 , нм				
λ_2 , нм				
...
λ_k , нм				

Табл. 1. Кути дифракції для спектральних ліній різних порядків.

Завдання 3. Визначити період дифракційної ґратки.

За отриманими в роботі даними можна визначити період дифракційної ґратки. Звернемось до умови головних

дифракційних максимумів (1). Дійсно, кут падіння β ми задаємо, кут дифракції θ – вимірюємо для кожної спектральної лінії k -ого порядку. Самі довжини хвиль λ для спектральних ліній можна взяти з Додатку 2 в кінці опису. Але проблема в тому, що використавши всі ці величини, ми для кожного конкретного виміру отримаємо своє значення періоду ґратки d . Так, вони будуть близькими, але наше завдання визначити одне, найбільш ймовірне значення та вказати його похибку. Використаємо для цього метод найменших квадратів (МНК).

Зазвичай МНК використовується для визначення параметрів лінійної залежності між двома величинами. Але цей метод можна використати і для нелінійних функцій, підібравши змінні так, щоб у нових координатах досліджувана залежність описувалась рівнянням прямої. Така процедура називається *лінеаризацією*. Із можливих варіантів нових координат слід вибрати той, при якому шукана величина зайняла б місце одного із коефіцієнтів у рівнянні прямої $y = bx + a$. Тоді і похибка знаходження цього коефіцієнта, яку вираховує МНК, відразу дала б похибку визначення відповідної величини.

У рівнянні $d(\sin \theta - \sin \beta) = k\lambda$ позначимо $y = k\lambda$, $x = \sin \theta - \sin \beta$. Побудована в таких координатах залежність виглядатиме лінійною, а кутовий коефіцієнт цієї залежності буде дорівнювати періоду ґратки d .

Тепер, власне, саме завдання. Використовуючи наведені в табл. 1 дані, побудувати залежність $k\lambda = f(\sin \theta - \sin \beta)$ для однієї із спектральних ліній. За кутовим коефіцієнтом залежності визначити період ґратки d та похибку його визначення.

Завдання 4. Визначити довжину хвилі однієї із спектральних ліній ртуті.

За даними табл. 1, використовуючи лінеаризовану умову (1), визначити довжину хвилі однієї із спектральних ліній ртуті.

Методика визначення подібна до методики визначення періоду ґратки у попередньому завданні, але при лінеаризації залежності нові змінні потрібно підібрати так, щоб кутовим коефіцієнтом виступала шукана довжина хвилі. У розрахунках використаємо період ґратки d , отриманий у попередньому завданні.

Відповідну залежність побудувати. Результат порівняти з табличними значеннями, наведеними у Додатку 2.

Завдання 5. Визначити кутову дисперсію ґратки.

Досліджуючи видиму частину спектра ртуті, ми можемо вважати, що у цьому, порівняно вузькому, спектральному інтервалі кутова дисперсія залишається сталою. При переході до більш високих порядків дифракції величина дисперсії збільшується, наслідком чого є збільшення кутової відстані між спектральними лініями.

Отже, залежність кута дифракції θ від довжини хвилі λ в межах одного порядку апроксимується прямою, параметри якої можна знайти за МНК (рис. 7). Кутовий коефіцієнт залежності (тангенс кута нахилу прямої до осі абсцис) може бути визначений як $\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$, що співпадає з означенням кутової дисперсії (14).

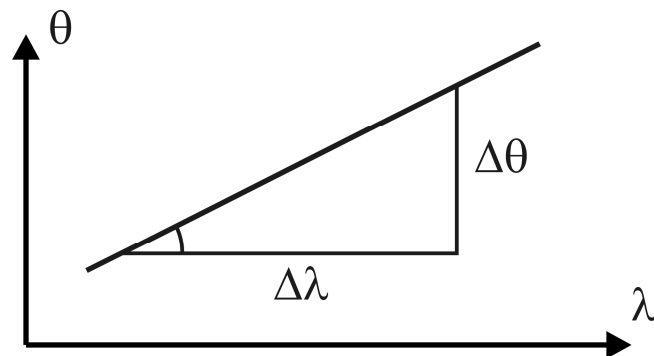


Рис. 7. Визначення кутової дисперсії дифракційної ґратки.

Для того, щоб отримати кутову дисперсію ґратки у загальноприйнятих одиницях, слід при побудові графіка кут θ подавати в радіанах, а довжину хвилі λ – в нанометрах.

Отже, за вказівкою викладача, використовуючи наведені в табл. 1 дані, побудувати кілька залежностей $\theta = f(\lambda)$ для різних порядків дифракції. За отриманими графіками визначити кутову дисперсію ґратки для відповідних порядків (графіки мають бути побудовані в одній координатній площині для можливості їх порівняння). Зробити висновок, чи підтверджується на практиці припущення про сталість кутової дисперсії в межах одного порядку. А також, проаналізувати відмінність у кутових дисперсіях різних порядків.

Завдання 6. Визначити роздільну здатність ґратки.

Оскільки у видимому спектрі ртуті немає двох близьких ліній, які відповідали б критерію Релея, роздільну здатність розрахуємо за формулою (13). Для цього виміряйте ширину ґратки i , знаючи її період d , розрахуйте кількість штрихів N у ній. Розрахуйте роздільну здатність ґратки для тих же порядків, що використовувались при знаходження кутової дисперсії у

попередньому завданні. Таким способом ми отримаємо теоретичну роздільну здатність R_T .

Практична роздільна здатність R_{np} завжди менша, ніж теоретична. Для деяких приладів відмінність може бути в сто і більше разів. Оцінити практичну роздільна здатність можна з наступних міркувань.

Кожний дифракційний максимум, який ми спостерігаємо у зорову трубу, є зображенням вхідної щілини гоніометра. Можна вважати дві лінії розділеними, якщо відстань між відповідними максимумами не менша, ніж ширина окремої лінії.

Встановіть зорову трубу так, щоб у поле зору потрапляла зелена лінія спектра ртуті певного порядку. Виміряйте її кутову ширину $\delta\theta$, знімаючи послідовно відліки для лівого та правого країв зображення. Знаючи розраховану кутову дисперсію, знайдіть інтервал довжин хвиль $\delta\lambda$, який відповідає кутовій ширині $\delta\theta$:

$\delta\lambda = \frac{\delta\theta}{D_\theta}$. За формулою (13) оцініть практичну роздільну здатність

R_{np} . Подібну оцінку проведіть і для інших дифракційних порядків.

Порівняйте практичну і теоретичну роздільні здатності.

Додаток 1.

Проведення вимірювань на гоніометрі Г-5

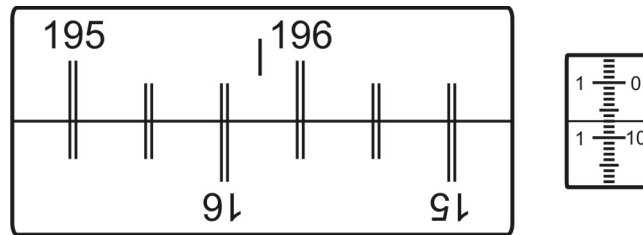


Рис. 1. Поле зору відлікового мікроскопа.

Поле зору відлікового мікроскопа наведено на рис. 1.

Ціна кожної поділки, виділеної подвійними штрихами на лімбі, становить $20'$ (див. зображення у лівому вікні). Весь лімб розбито на $360 \times 3 = 1080$ інтервалів. Цифрами на горизонтальному лімбі позначені поділки через 1° .

При встановленні оптичного мікрометра (див. зображення у правому віконці) на «нуль» вертикальний індекс лівого вікна вказуватиме приблизне (з точністю до $10'$) значення кута на лімбі. Для точного визначення величини кута в межах цих $10'$ і застосовується оптичний мікрометр, вертикальна шкала якого разом з горизонтальним індексом спостерігаються у правому віконці поля зору вимірювального мікроскопа. Зміщення зображення горизонтальних шкал лімба в межах $10'$ здійснюється з допомогою маховичка, розташованого на бічній поверхні зорової труби. При цьому сам лімб залишається нерухомим. При зміщенні зображення поділок верхньої горизонтальної шкали лімба відносно нижньої на $10'$ вертикальна шкала оптичного мікрометра в правому віконці переміщується на 600 поділок. Тобто, кожна поділка відповідає куту в $1''$.

Таким чином, для виконання відліку кута необхідно повернути маховичок відлікового мікрометра настільки, щоб верхні та нижні зображення подвійних штрихів лімба в лівому вікні точно співпадали. Робити це потрібно обережно, не докладаючи зусиль, щоб не вивести мікрометр з ладу.

Кількість градусів буде дорівнювати найближчому зліва від вертикального індексу числу (на рис. 1 – 195).

Далі на нижній (перевернутій) шкалі знаходимо число, яке відрізняється від отриманого на верхній шкалі на 180 (на рис. 1 це число 15). Кількість десятків мінут дорівнює кількості $20'$ -них інтервалів між цими двома числами. На рис. 1 таких інтервалів п'ять. Отже шукана кількість десятків мінут становить $50'$.

Кількість одиниць мінут вказано на шкалі у правому віконці над горизонтальним індексом по лівому ряду чисел ($1'$).

Кількість десятків секунд – в тому ж віконці по правому ряду чисел ($0''$).

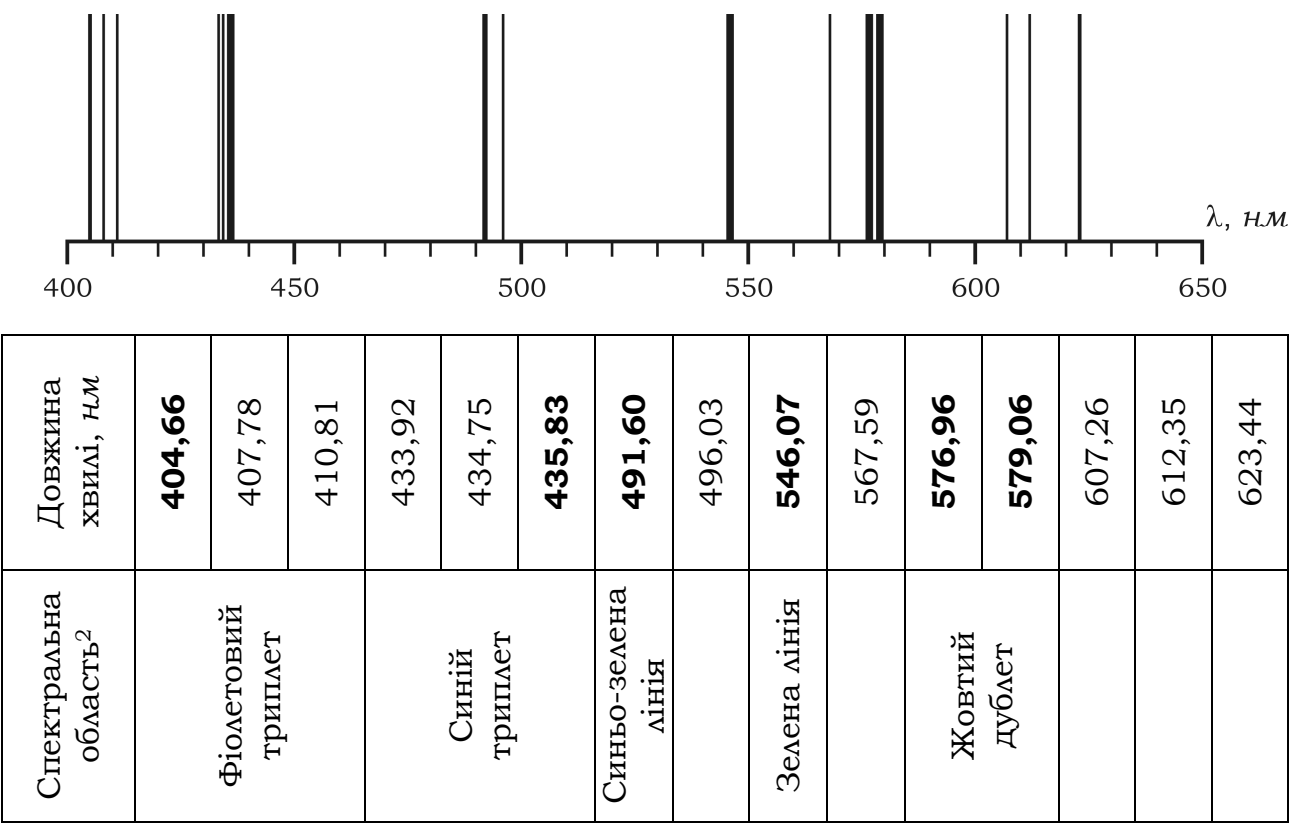
Кількість одиниць секунд визначається нерухомим горизонтальним індексом ($7''$).

Отже, відлік на рис. 1 відповідає значенню $195^{\circ}51'07''$.

Зверніть увагу на те, що кількість мінут та секунд завжди записується двома цифрами.

Додаток 2.

Довжини хвиль найбільш яскравих ліній ртуті у видимій області спектру



² Кольори спектральних ліній вказані умовно. Назви кольорів використовуються лише для позначення взаємного розташування ліній на шкалі електромагнітних хвиль і можуть використовуватись тільки для дуже приблизної візуальної ідентифікації ліній.